

Прокудін Г.С.

Національний транспортний університет

Чупайленко О.А.

Національний транспортний університет

Прокудін О.Г.

Національний транспортний університет

Хоботня Т.Г.

Національний транспортний університет

Ремех І.О.

Національний транспортний університет

РОЗВ'ЯЗАННЯ МЕРЕЖЕВИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАДАЧ У СЕРЕДОВИЩІ EXCEL

Науково-технічний прогрес у транспортній галузі є одним із головних факторів розвитку суспільства, підвищення добробуту його громадян. Стратегічним завданням науково-технічної політики в області транспортної системи держави є вихід на світовий рівень за технічними параметрами та якістю послуг, що реалізуються транспортом. У зв'язку з цим першочерговим і пріоритетним завданням для транспортної галузі є розширення наукових досліджень із проблем створення прогресивних транспортних технологій та технічних засобів нових поколінь, формування та функціонування ефективної транспортної системи, розроблення принципово нових систем управління з використанням сучасних інформаційних технологій.

Унаслідок аналізу розвитку наукової думки щодо проблемного питання, яке розглядається в роботі, з'ясовано, що наявні методи побудови оптимальних планів вантажних перевезень неповною мірою враховують пропускні здатності транспортних комунікацій, що впливають на результуючі показники функціонування системи перевезень у цілому. Тому в роботі розглянуто питання розв'язання мережеских транспортних задач у середовищі Excel двома методами – методом потоків у мережах (network flow problems) і методом Вагнера Ш.М.

Як об'єкт дослідження розглянуто процес здійснення вантажних перевезень, а предметом були методи побудови оптимальних планів перевезення вантажів. Проведені дослідження спрямовані на досягнення такої мети: знаходження ефективних методів побудови оптимальних планів вантажних перевезень. Для досягнення цієї мети в роботі передбачено вирішення таких завдань: визначити існуючі методи побудови оптимальних планів перевезень з урахуванням пропускних здатностей їх транспортних комунікацій; застосувати визначені методи побудови оптимальних планів перевезень з урахуванням пропускних здатностей їх транспортних комунікацій; провести аналіз існуючих методів побудови оптимальних планів перевезень з урахуванням пропускних здатностей їх транспортних комунікацій.

Ключові слова: мережева транспортна задача, оптимізація, вантажні перевезення, метод, пропускна здатність, середовище Excel.

Постановка проблеми. Транспорт є багатовекторною системою масового обслуговування, від ефективності функціонування якої у великій мірі залежить життєдіяльність усіх сфер народного господарства. Багатовекторність транспортних систем (далі – ТС) пов'язана зі значною розгалуженістю взаємопов'язаних транспортними мережами об'єктів постачання та споживання продукції народного господарства, що в більшості

випадків примушує розглядати й аналізувати ТС із застосуванням мережеских моделей.

Методи розв'язання мережеских транспортних задач (далі – ТЗ) ось вже майже останні 50 років займають уми вчених як у галузі дослідження операцій, так і в галузі рішення практичних задач планування перевезень вантажів різними видами транспорту: автомобільним, залізничним, морським та авіаційним, як окремо, так і у взаємодії цих видів транспорту.

За всієї багатогранності розгляду проблематики сітьових ТЗ щодо оптимізації процесів перевезень і значимості отриманих результатів необхідно признати, що більшість розроблених методів успішно застосовуються у вирішенні задач оптимізації перевезень і рішенні теоретичних та практичних задач лише в матричній постановці, коли заздалегідь є відомою матриця кореспонденцій за умови передчасного завдання пунктів відправки та прийому предмету перевезень (вантажів або пасажирів).

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для зазначеного класу мережевих ТЗ розроблені досить досконалі методи їх розв'язання (Дейкстра, Канторович, Кожин, Бідняк, Воркут, Четверухін) [1, с. 57; 2, с. 312; 3, с. 345; 4, с. 188]. Але досить вагомим недоліком матричних методів оптимізації рішення ТЗ є те, що вони спроможні дати оптимальний план перевезень лише на транспортній мережі (ТМ) з орієнтованими графами, тобто за суворого дотримання прийнятих заздалегідь напрямків переміщення вантажів у транспортній мережі від джерел вантажів безпосередньо до їх споживачів. Саме це й зумовило значну обмеженість цих методів у розв'язанні задач перевезень у розгалужених мережах транспортних кореспонденцій, коли напрям та маршрути перевезень завчасно визначити просто неможливо, і послужило причиною розроблення нових і удосконалення існуючих методів оптимізації перевезень у розгалужених ТМ, орієнтованих на застосування сучасних інформаційних технологій.

У результаті проведених наукових досліджень та експериментальних перевірок був розроблений метод зведення сітьової ТЗ, яка задана у вигляді ТМ, до класичного матричного виду [5, с. 105]. Цей метод був розроблений після аналізу методів Дейкстри (визначення найкоротшого шляху між двома вершинами графа) і Флойда (визначення найкоротших шляхів між усіма вершинами графа). Він принципово по новому вирішує цю задачу і визначає найкоротші шляхи між усіма постачальниками і споживачами предмета перевезень, що повністю відповідає сутності постановки ТЗ.

Постановка завдання. Мета статті – дослідження, спрямовані на знаходження ефективних методів побудови оптимальних планів вантажних перевезень.

Як відомо з теорії [6, с. 301], граф $G(V,S)$ задається множиною V вузлів (позначених, наприклад, змінними x_1, x_2, \dots, x_n , де величина x_i є числом чи назвою) і множиною S дуг у вигляді впорядкованих пар (x_i, x_j) . Граф може бути орієнтованим,

якщо дуги мають напрямок, неорієнтованим чи змішаним.

Орієнтований граф називають мережею (*network*), де визначаються:

- вузол-джерело, що має тільки вихідні дуги (позначається буквою S , від *source* – джерело);
- вузол-стік, що має тільки вхідні дуги (позначається буквою t , від *terminal* – кінцевий пункт);
- всі інші вузли – проміжні (транзитні, позначаються буквою x), з'єднані між собою дугами, серед яких є як вхідні, так і вихідні дуги.

Орієнтовані дуги в мережі позначаються стрілками, неорієнтована дуга замінюється двома спрямованими назустріч стрілками або їх відсутністю. Дуга зі стрілкою і певним значенням відповідного параметру (це може бути: пропускна здатність, відстань між парою вузлів, вартість або час перевезення одиниці вантажу між вузлами тощо) визначає універсальне поняття – потік (*flow*), який рухається з початкового вузла дуги до кінцевого. Об'єктами потоків у практичних задачах є вантажі, газ, пасажирів, транспортні засоби, сигнали зв'язку, рідини тощо.

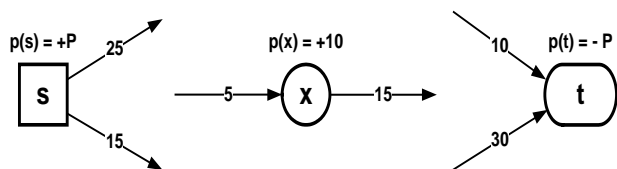
Більшість оптимізаційних задач на мережах – це задачі про потоки в мережах (*network flow problems*) [7, с. 123]. Для мережевих задач фундаментальним є *принцип збереження потоку* в будь-якому вузлі [8, с. 171], а саме: сума потоків $F_{\text{вих}}(x)$ на виході вузла дорівнює сумі потоків на його вході $F_{\text{вх}}(x) +$ потенціал $p(x)$ вузла (+ пропозиція / – попит) [9, с. 58], наприклад:

– вузол-джерело S : $F_{\text{вих}}(s) = 0 + p(s) = P$, де P – величина загального потоку в мережі; потенціал $p(s) = +P$;

– вузол-стік t : $F_{\text{вих}}(t) = P + p(t) = 0$, тому що потенціал $p(t) = -P$;

– проміжний вузол x : $F_{\text{вих}}(x) = F_{\text{вх}}(x) \pm p(x)$.

Нижче приводяться відповідні графічні приклади:



Потік у кожному вузлі мережі – це функція, яка задовольняє рівняння, і де кожній дузі (x_i, x_j) мережі поставлено одне чи кілька позитивних чисел. Наприклад, величина $C(x_i, x_j)$ в задачі про максимальний потік є пропускною здатністю дуги (максимальна кількість продукту, з вузла x_i до вузла x_j за одиницю часу) – це відстань чи вартість перевезення одиниці вантажу по цій дузі. Отже,

величина потоку по дузі (x_i, x_j) не перевищує пропускної здатності цієї дуги $C(x_i, x_j)$.

Розглянемо розв'язання задачі на транспортній мережі, що найбільш часто зустрічаються на практиці [10, с. 56; 11, с. 8], а саме мережеву транспортну задачу.

Виклад основного матеріалу дослідження. Спочатку розглянемо метод потоків у мережах (*network flow problems*) оптимізації вантажних перевезень. ТМ на рис. 1 взята з електронного атласу України у вигляді зваженого графа з 8-ю вузлами і 24-ма дугами. Вона задана неорієнтованою мережею, де всі дуги неорієнтовані, що вдвічі збільшує розмір задачі, бо представляються вже не одною, а парою направлених назустріч друг другу дуг (Київ → Коростень, Коростень → Київ).

На транспортній мережі присутні три різновиди вузлів: пункти-постачальники вантажу (вони зображені у вигляді квадратів); пункти-споживачі цього вантажу (вони зображені у вигляді кіл); транзитні пункти (вони зображені у вигляді овалів).

Обсяги поставок (зі знаком +) і заявок вантажу (зі знаком -) проставлені поруч із кожним пунктом, а проставлена на кожній дузі дріб являє собою вартість перевезення одиниці вантажу (чисельник дробі) і пропускну здатність цієї дуги (знаменник дробі). Для спрощення сприйняття матеріалу значення вартості перевезення одиниці вантажу штучно отримані діленням відстані між відповідними транспортними вузлами на 100, а пропускну здатності дуг – діленням на 10 з наступним округленням до найближчого цілого.

Загальний обсяг пропозиції (поставок) у 40 одиниць деякого однорідного вантажу повністю дорівнює сумарному обсягу попиту (споживання), тобто ми маємо закриту транспортну задачу.

Необхідно знайти вектор $X = (x_1, x_2, \dots, x_{24})$, де x_i – об'єм перевезень i -ою дугою, такий, щоб загальні витрати (цільова функція) $C = \sum_{i=1}^{24} c_i x_i \rightarrow \min$, де c_i – питомі витрати для i -ої дуги за умови балансу потоків для кожного j -го вузла ($j = 1, 2, \dots, 8$): $F_{вих}(x_j) - F_{вх}(x_j) = p(x_j)$, де $F_{вих}(x_j)$, $F_{вх}(x_j)$ – сума потоків вантажу на виході та вході кожного j -го вузла з урахуванням пропускну здатностей дуг.

На рис. 2 представлено рішення мережевої транспортної задачі в середовищі додатка *Excel*, з якого видно, що оптимальний план перевезень становить вектор $X = (1, 14, 26, 0, 0, 14, 0, 26, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 4, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$, цільова функція дорівнює 226.

Маршрути оптимального плану перевезення вантажу на транспортній мережі показані на рис. 3.

Розглянемо знаходження оптимального плану перевезень вантажу на тій же самій транспортній мережі (див. рис. 1) методом Вагнера Ш.М. Спочатку в табл. 1 покажемо результати зведення вихідних даних транспортної мережі до матричної форми.

Для дуг тут відведені рядки, а для вершин – стовпці. Пропускну здатності кожної дуги, так само як і вартості перевезення одиниці вантажу на ній, беремо безпосередньо з рис. 1. Там, де на мережі немає безпосереднього зв'язку між вершинами, передбачається їх блокування свідомо більшим числом – у таблиці 1 це 9. Відсутність петель у кожного транспортного вузла моделюється нулем.

У нашому прикладі обсяги постачання дорівнюють пропускну здатності дуги, тобто $a_i = d_{ij}$. Обсяг споживання для виробляючих вершин (1, 2) мережі визначають за формулою:

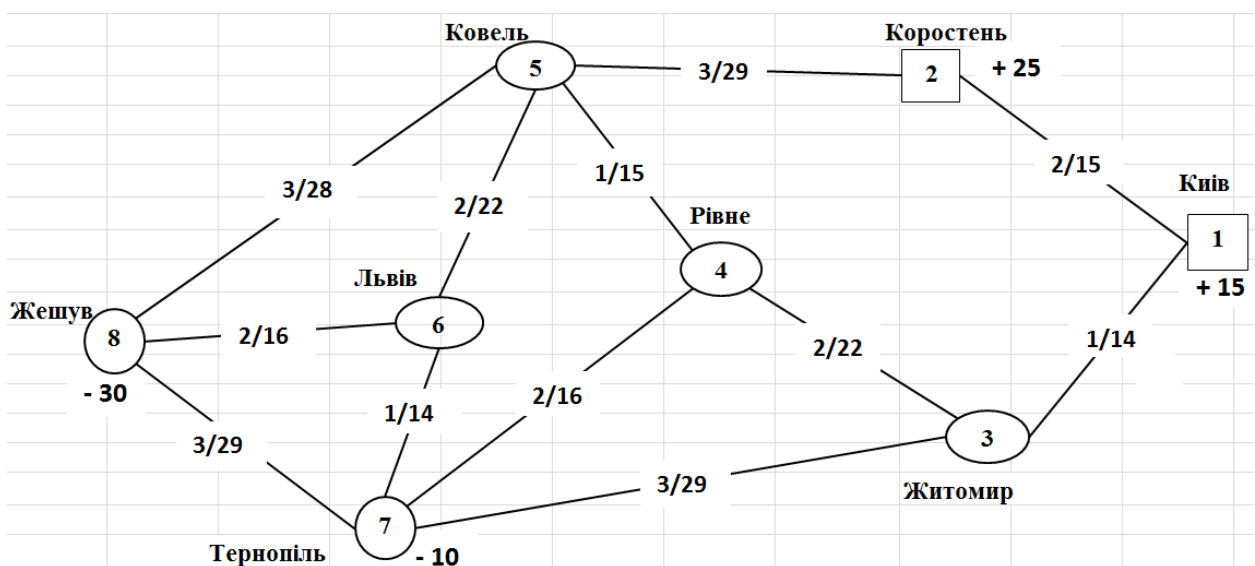


Рис. 1. Графічне представлення мережевої транспортної задачі

$$b_j = \sum_{j \neq i} d_{ij} - a(x), \quad (1)$$

для вершин, які споживають вантаж (7, 8) за формулою:

$$b_j = \sum_{j \neq i} d_{ij} + b(x), \quad (2)$$

для транзитних вершин (3, 4, 5, 6) за формулою:

$$b_j = \sum_{j \neq i} d_{ij}, \quad (3)$$

Таким чином, для виробляючої вершини 1 обсяг споживання дорівнює $14 + 15 - 15 = 14$, для споживаючої вершини $8 - 28 + 16 + 29 + 30 = 103$, а для транзитної вершини $6 - 22 + 16 + 14 = 52$.

На рис. 4 представлений результат розв'язання мережевої задачі в середовищі *Excel*, поданий у вигляді виділених знаком підкреслення значень. У клітинках з вартістю, рівною нулю (тобто для петель), потік є доповненням до пропускної здатності, тобто фіктивним. Його графічне зображення повністю збігається з оптимальним планом перевезень вантажу у вигляді потоків, який зображений на рис. 3.

Висновки. У роботі описується один із підходів до рішення найбільш характерної для транспортної мережі задачі знаходження оптимального плану перевезень вантажу в середовищі стандартного додатка *Microsoft Office* табличного процесора

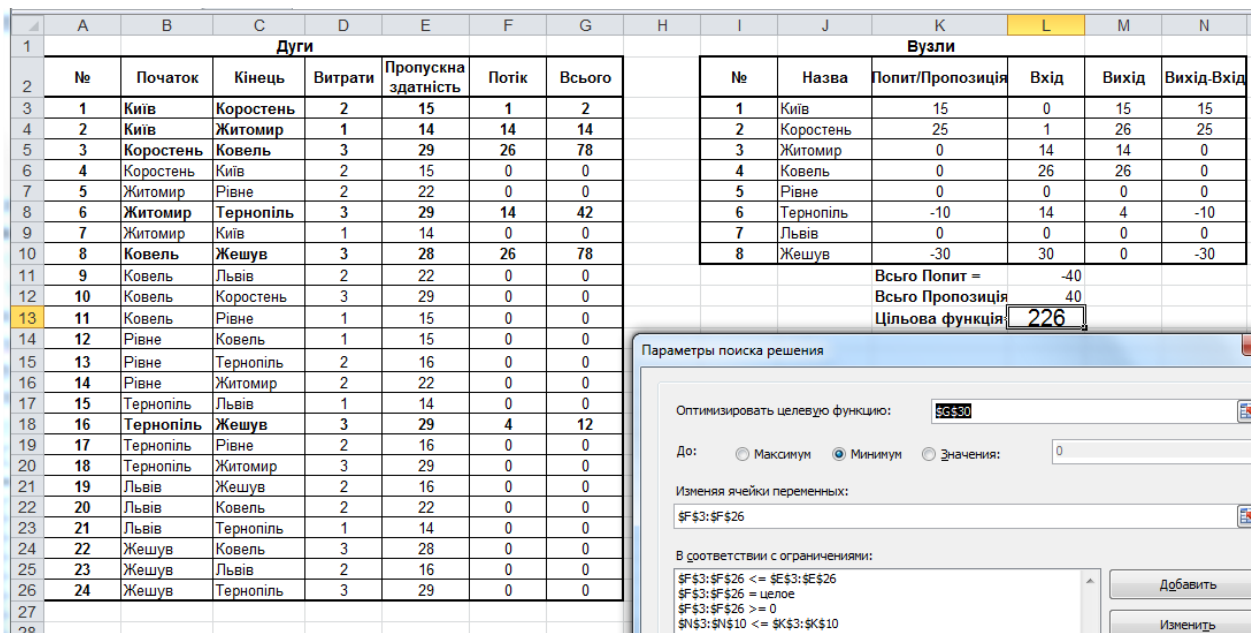


Рис. 2. Результат розв'язання мережевої транспортної задачі

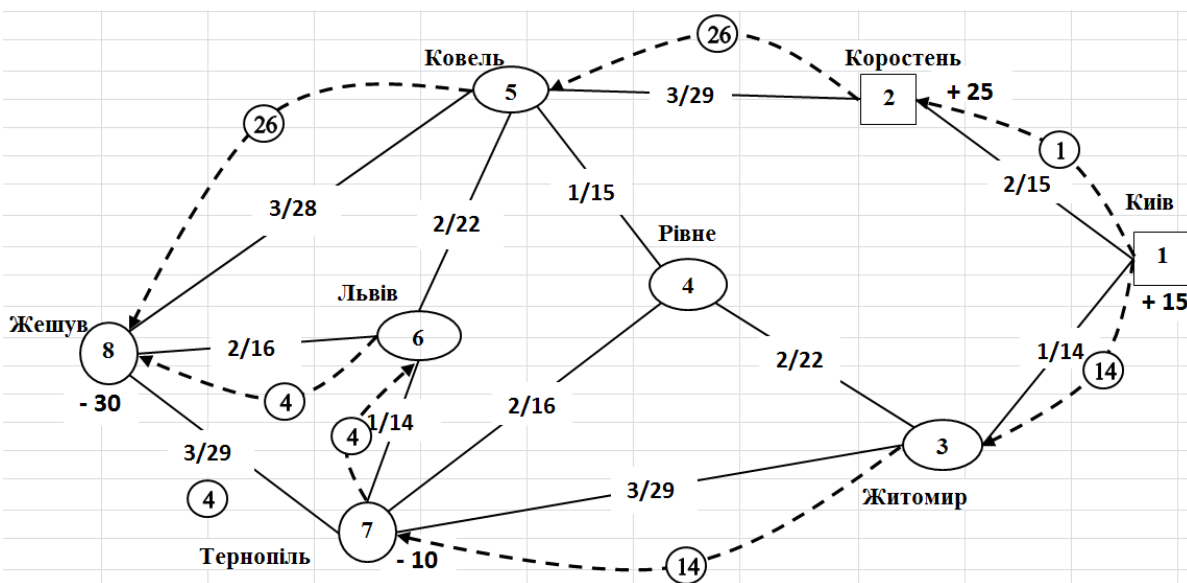


Рис. 3. Оптимальні потоки у мережевій транспортній задачі

Excel, заснований на фундаментальному принципі збереження потоку в будь-якому вузлу графа.

Однією з переваг цього підходу є його відносна простота і зручність роботи в табличному процесорі Excel. До основних недоліків описаного підходу варто віднести його обмеженість на кількість змінних (до 200) під час рішення задач середньої й великої розмірності. Зокрема, перший метод потоків у мережі (network flow problems) дозволяє знаходити оптимальний план перевезення вантажу

на ТМ, яка може мати до 100 транспортних комунікацій. У другого методу Вагнера Ш.М. обмеження на розмірність транспортної задачі задаються матрицею значень. Виходячи з цього максимальною кількістю транспортних комунікацій у цього методу буде 20 за 10-ти транспортних вузлів.

Незважаючи на це, описаний підхід може бути ефективно використаний у навчальному процесі під час розв'язання транспортних задач невеликої розмірності.

Таблиця 1

Зведення мережевої задачі до матричної форми методом Вагнера

Дуги	Пропускні здатності	1	2	3	4	5	6	7	8	Дуги	Пропускні здатності	1	2	3	4	5	6	7	8
1 - 2	15	0	2	9	9	9	9	9	9	4 - 7	16	9	9	9	0	9	9	2	9
2 - 1	15	2	0	9	9	9	9	9	9	7 - 4	16	9	9	9	2	9	9	0	9
1 - 3	14	0	9	1	9	9	9	9	9	5 - 6	22	9	9	9	9	0	2	9	9
3 - 1	14	1	9	0	9	9	9	9	9	6 - 5	22	9	9	9	9	2	0	9	9
2 - 5	29	9	0	9	9	3	9	9	9	5 - 8	28	9	9	9	9	0	9	9	3
5 - 2	29	9	3	9	9	0	9	9	9	8 - 5	28	9	9	9	9	3	9	9	0
3 - 4	22	9	9	0	2	9	9	9	9	6 - 7	14	9	9	9	9	9	0	1	9
4 - 3	22	9	9	2	0	9	9	9	9	7 - 6	14	9	9	9	9	9	1	0	9
3 - 7	29	9	9	0	9	9	9	3	9	6 - 8	16	9	9	9	9	9	0	9	2
7 - 3	29	9	9	3	9	9	9	0	9	8 - 6	16	9	9	9	9	9	2	9	0
4 - 5	15	9	9	9	0	1	9	9	9	7 - 8	29	9	9	9	9	9	9	0	3
5 - 4	15	9	9	9	1	0	9	9	9	8 - 7	29	9	9	9	9	9	9	3	0

Дуги	Пропускні здатності (обсяги виробництва)	Витрати на перевезення одиниці вантажу							
		1	2	3	4	5	6	7	8
1 - 2	15	0	2	9	9	9	9	9	9
2 - 1	15	2	0	9	9	9	9	9	9
1 - 3	14	0	9	1	9	9	9	9	9
3 - 1	14	1	9	0	9	9	9	9	9
2 - 5	29	9	0	9	9	3	9	9	9
5 - 2	29	9	3	9	9	0	9	9	9
3 - 4	22	9	9	0	2	9	9	9	9
4 - 3	22	9	9	2	0	9	9	9	9
3 - 7	29	9	9	0	9	9	9	3	9
7 - 3	29	9	9	3	9	9	9	0	9
4 - 5	15	9	9	9	0	1	9	9	9
5 - 4	15	9	9	9	1	0	9	9	9
4 - 7	16	9	9	9	0	9	9	2	9
7 - 4	16	9	9	9	2	9	9	0	9
5 - 6	22	9	9	9	9	0	2	9	9
6 - 5	22	9	9	9	9	2	0	9	9
5 - 8	28	9	9	9	9	0	9	9	3
8 - 5	28	9	9	9	9	3	9	9	0
6 - 7	14	9	9	9	9	9	0	1	9
7 - 6	14	9	9	9	9	9	1	0	9
6 - 8	16	9	9	9	9	9	0	9	2
8 - 6	16	9	9	9	9	9	2	9	0
7 - 8	29	9	9	9	9	9	9	0	3
8 - 7	29	9	9	9	9	9	9	3	0
Усього		14	19	65	53	94	52	98	103
Споживання		14	19	65	53	94	52	98	103

Рис. 4. Розв'язання мережевої ТЗ з обмеженнями на пропускні здатності за допомогою Excel-таблиці

Список літератури:

1. Четверухін Б.М. Дослідження операцій в транспортних системах. Київ : УТУ, 2000. 91 с.
2. Гудман С., Хидетниєми С. Введение в разработку и анализ алгоритмов. Москва : Мир, 1981. С. 309–320.
3. Воркут А.И. Грузовые автомобильные перевозки. Київ : Вища школа, 1986. 447 с.
4. Кожин А.П. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками. Москва : Высшая школа, 1979. 304 с.
5. Прокудін Г.С. Моделі і методи оптимізації перевезень у транспортних системах. Київ : НТУ, 2006. 224 с.
6. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Київ : ВІПОЛ, 2000. 688 с.
7. Кузьмичов А.І., Медведєв М.Г. Математичне програмування в Excel : навчальний посібник. Київ : Вид-во Європ. ун-ту, 2005. 320 с.
8. Orden A. Survey of research on mathematical solutions of programming problems. *Manag. Sci.* 1955. № 2. С. 170–172.
9. Improvement of the Methods for Determining Optimal Characteristics of Transportation Networks / G. Prokudin et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2016. N. 6/3 (84). P. 54–61. DOI: 10.15587/1729-4061.2016.85211
10. Application of Information Technologies for the Optimization of Itinerary when Delivering Cargo by Automobile Transport / O. Prokudin et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. №. 2/3 (92). P. 51–59. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.128907
11. Development of Vehicle Speed Forecasting Method for Intelligent Highway Transport System / G. Prokudin et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. №. 4/3 (100). P. 6–14. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.174255

Prokudin G.S., Chupailenko O.A., Prokudin O.G., Khabotnia T.G., Remekh I.O.

SOLVING NETWORK TRANSPORT PROBLEMS IN THE EXCEL ENVIRONMENT

Scientific and technological progress in the field of transport is one of the main factors in the development of society, improving the welfare of its citizens. The strategic task of scientific and technical policy in the field of transport system of the state is to reach the world level in terms of technical parameters and quality of services provided by transport. In this regard, the primary and priority task for the transport industry is to expand research on the creation of advanced transport technologies and technical means of new generations, the formation and operation of an efficient transport system, development of fundamentally new management systems using modern information technology.

As a result of the analysis of the development of scientific opinion on the problem, which is considered in the work, it is found that the existing methods of building optimal plans of freight transport do not fully take into account the capacity of transport communications. Therefore, the paper considers the issue of solving network transport problems in Excel by two methods - the method of flows in networks (network flow problems) and the method of Wagner Sh. M.

The object of the study is the process of freight transportation, and the subject was the methods of building optimal plans for freight transportation. The conducted researches are directed on achievement of such purpose: finding of effective methods of construction of optimum plans of cargo transportations. To achieve this goal, the work provides for the solution of the following tasks: to determine the existing methods of building optimal transportation plans, taking into account the capacity of their transport communications; apply certain methods of constructing optimal transportation plans taking into account the capacity of their transport communications; to analyze the existing methods of building optimal transportation plans, taking into account the capacity of their transport communications.

Key words: *network transport problem, optimization, freight transportation, method, bandwidth, Excel environment.*